Université Claude Bernard Lyon 1

LIFAPSD – Algorithmique, Programmation et Structures de données

Nicolas Pronost

LIRIS

Chapitre 6
Tableau Dynamique

Rappels sur les tableaux

- Qu'est ce que ce programme affiche?

```
int * tab = new int [5];
cout << sizeof(tab);
```

- Peut-on donc écrire la procédure d'affichage suivante?

```
void afficheTableau (const int * tab) {
   for (unsigned int i = 0; i < sizeof(tab); i++) {
      cout << tab[i] << " ";
   }
}
```

- Que faut-il modifier dans afficheTableau pour pouvoir afficher correctement le contenu du tableau?

Rappels sur les tableaux

- Les éléments d'un tableau sont stockés de manière contigüe en mémoire
- On y accède directement
  - opérateur [] : calcul du décalage à partir du premier élément grâce à l'arithmétique des pointeurs
- La capacité est connue à la création du tableau
  - int tab [5]; // création sur la pile
  - int * tab = new int [5]; // création sur le tas
- En pratique, il y a souvent 2 parties distinctes
  - une partie remplie d'éléments
  - une partie 'vide' (i.e. contenu non significatif)

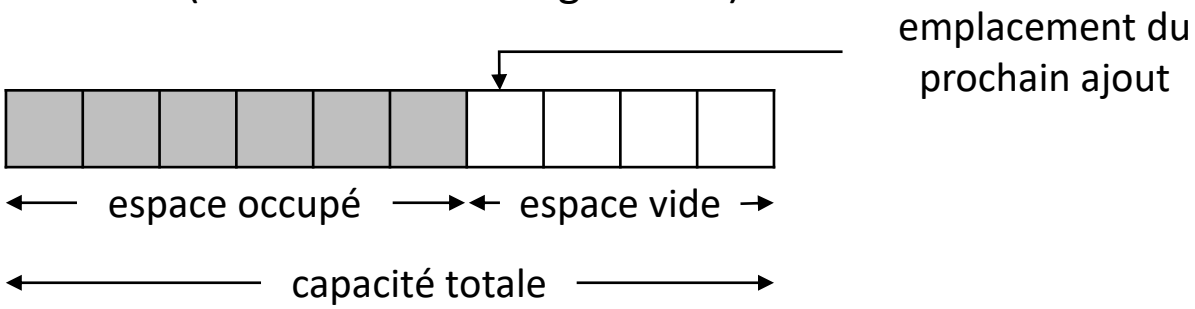
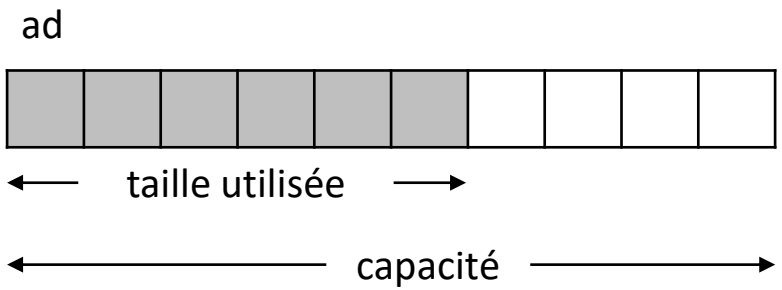


Tableau Dynamique

- Un tableau dynamique est un type de donnée abstrait
- On utilise un tableau dynamique comme un tableau normal (statique) sans se préoccuper de sa taille
- L'implémentation du TDA s'occupe d'augmenter et diminuer la taille du tableau quand nécessaire
- L'interface n'en fait rien transparaitre, c'est un mécanisme invisible pour l'utilisateur



Module Tableau Dynamique

Module TableauDynamique {un tableau de taille variable}

- **Importer:**
  - Module ElementTD
- **Exporter:**
  - Type TableauDynamique
    - Constructeur TableauDynamique()
      - Postconditions : réservation d'un tableau de 1 ElementTD sur le tas
    - Constructeur TableauDynamique(taille : entier)
      - Postconditions : réservation d'un tableau de taille ElementTD sur le tas
    - Destructeur ~TableauDynamique()
      - Postconditions : libération de la mémoire utilisée sur le tas
    - ...

Module Tableau Dynamique

- ...
- Procédure ajouterElement (e: ElementTD)
  - Postcondition : une copie de e est insérée à la fin du tableau, extension de l'espace mémoire alloué au tableau si nécessaire
  - Paramètre en mode donnée : e
- Fonction valeurIemeElement (i: entier positif) : ElementTD
  - Précondition : i est positif et plus petit que le nombre d'éléments
  - Résultat : retourne l'élément d'indice i
  - Paramètre en mode donnée : i
- Procédure modifierValeurIemeElement (e: ElementTD, i : entier positif)
  - Précondition : i est positif et plus petit que le nombre d'éléments
  - Postcondition : l'élément d'indice i vaut e
  - Paramètre en mode donnée : e, i
- Procédure afficher ()
  - Postcondition : les éléments du tableau sont affichés sur la sortie standard
- Procédure supprimerElement (i: entier positif)
  - Précondition : le tableau est non vide
  - Postcondition : l'élément d'indice i est supprimé du tableau
  - Paramètre en mode donnée : i
- Procédure insererElement (e: ElementTD, i : entier positif)
  - Précondition : i est positif et plus petit que le nombre d'éléments
  - Postcondition : e est inséré à l'indice i
  - Paramètre en mode donnée : e, i

Module Tableau Dynamique

- **Implémentation:**
  - Type TableauDynamique = Classe

```
ad : pointeur sur ElementTD
capacite : entier
taille_utilisee : entier
```

    - Constructeur TableauDynamique()

```
Début
   ad ← réserve tableau [1..1] de ElementTD
   capacite ← 1
   taille_utilisee ← 0
Fin
```

    - Destructeur ~TableauDynamique()

```
Début
   libère ad
   capacite ← 0
   taille_utilisee ← 0
Fin
```

    - Etc.

```
Fin classe
```

FinModule TableauDynamique

Mise en œuvre en C++

- On peut définir un ElementTD par exemple comme un entier (TD/TP)

ElementTD.h

```
#ifndef _ELEMENT_TD
#define _ELEMENT_TD

typedef int ElementTD;

void afficheElementTD (ElementTD e);
/* Preconditions : aucune */
/* Post-conditions : affichage de e sur la sortie standard */

#endif
```

ElementTD.cpp

```
#include <iostream>
#include "ElementTD.h"

void afficheElementTD (ElementTD e) {
  std::cout << e;
}
```

Mise en œuvre en C++

TableauDynamique.h

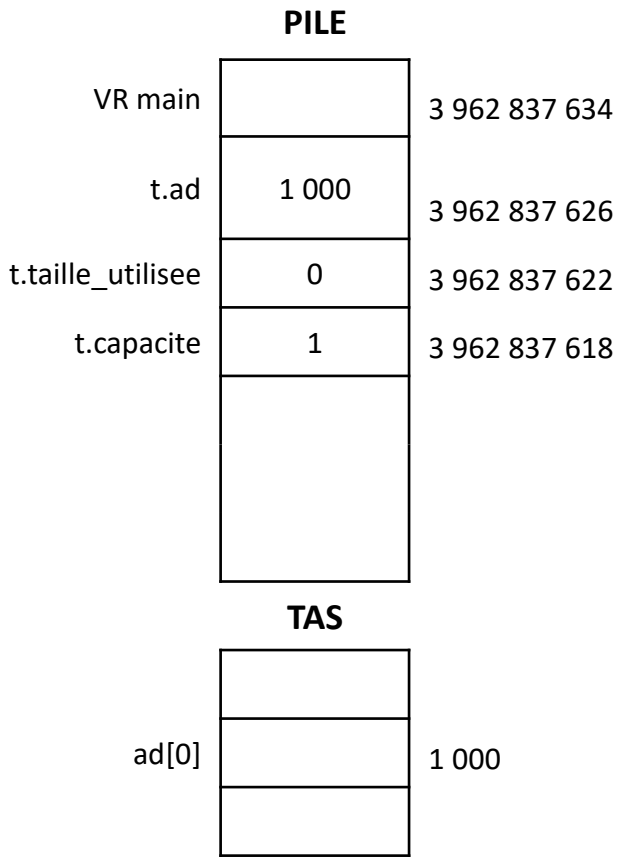
```
#ifndef _TAB_DYN
#define _TAB_DYN

#include "ElementTD.h"

class TableauDynamique {
public:
    unsigned int capacite;
    unsigned int taille_utilisee;
    ElementTD * ad;

    TableauDynamique ();
    TableauDynamique (unsigned int taille);
    ~TableauDynamique ();

    void ajouterElement (ElementTD e);
    ElementTD valeurIemeElement (unsigned int indice) const;
    void modifierValeurIemeElement (ElementTD e, unsigned int indice);
    void afficher () const;
    void supprimerElement (unsigned int indice);
    void insererElement (ElementTD e, unsigned int indice);
};

#endif
```

Création d'un tableau dynamique

- A la création (appel au constructeur), on alloue de la place sur le tas

```
TableauDynamique::TableauDynamique () {
   ad = new ElementTD [1];
   capacite = 1;
   taille_utilisee = 0;
}
```

```
int main () {
   TableauDynamique t;
   return 0;
}
```



Ajout dans un tableau dynamique

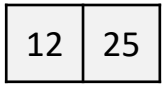
- Que fait-on quand on n'a plus de place pour ajouter un nouvel élément?
  - C'est-à-dire quand taille_utilisee vaut capacite
- On doit choisir de combien d'emplacements on veut augmenter le tableau en mémoire
- En CM, TD et TP, on choisit de doubler la capacité quand on n'a plus de place pour ajouter un nouvel élément
  - Exercice en TD sur l'extension avec un nombre constant d'emplacements
- En commençant avec une capacité de 1, la capacité est toujours une puissance de 2

Ajout dans un tableau dynamique

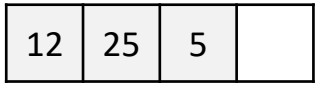
- Création d'un tableau dynamique

- Ajout de l'élément 12

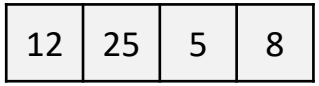
- Ajout de l'élément 25



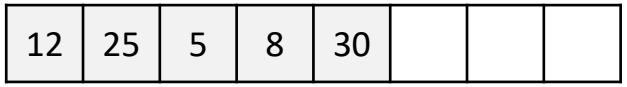
- Ajout de l'élément 5



- Ajout de l'élément 8



- Ajout de l'élément 30



Pas de place pour ajouter 25 !
- création d'un nouveau tableau 2x plus grand
- recopie de l'ancien dans le nouveau
- ajout de la valeur 25

Pas de place pour ajouter 5 !
- création d'un nouveau tableau 2x plus grand
- recopie de l'ancien dans le nouveau
- ajout de la valeur 5

Pas de place pour ajouter 30 !
- création d'un nouveau tableau 2x plus grand
- recopie de l'ancien dans le nouveau
- ajout de la valeur 30

Ajout dans un tableau dynamique

```
void TableauDynamique::ajouterElement (ElementTD e) {
  if (taille_utilisee == capacite) { // tableau plein, on double la capacité
      ElementTD * temp = ad;
      ad = new ElementTD [2*capacite];
      capacite *= 2;
      for (unsigned int i = 0; i < taille_utilisee; i++) ad[i] = temp[i];
      delete [] temp;
  }
  ad[taille_utilisee] = e;
  taille_utilisee++;
}
```

Destruction d’un tableau dynamique

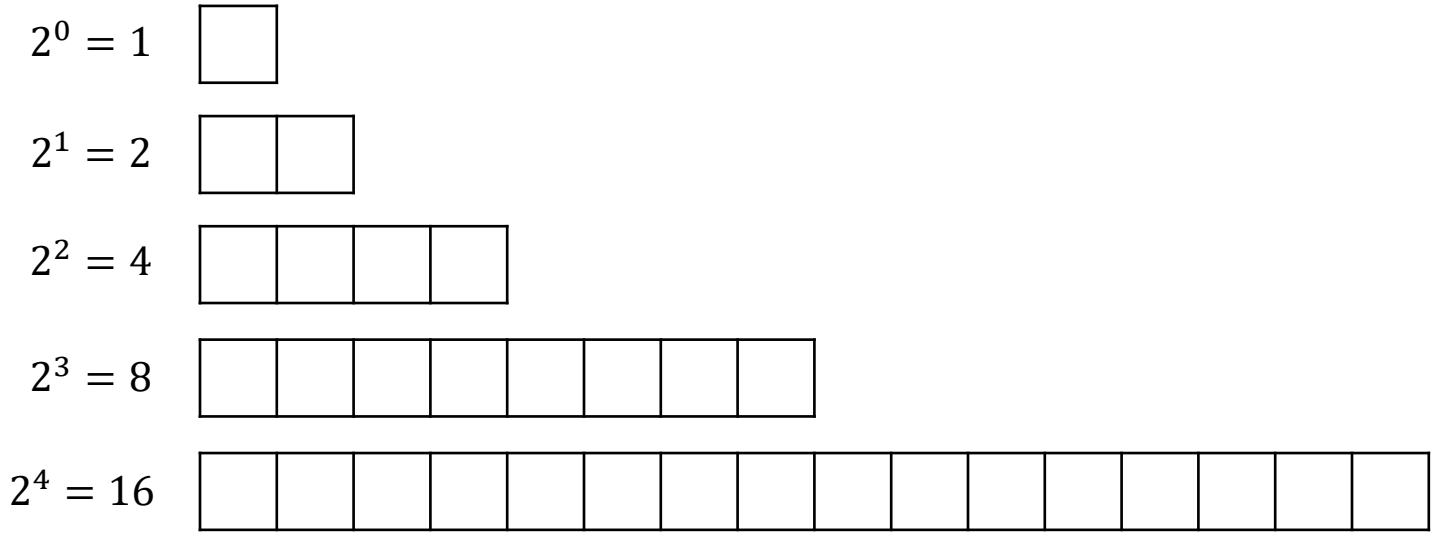
```
TableauDynamique::~TableauDynamique () {
  if (ad != NULL) {
      delete [] ad;
      ad = NULL;
  }
  capacite = 0;
  taille_utilisee = 0;
}
```

Etude des coûts

	Tableau statique	Tableau dynamique
Accès / Modification	temps constant $O(1)$	temps constant $O(1)$
Recherche	temps linéaire $O(n)$	temps linéaire $O(n)$
Ajout/Insertion	*impossible*	?
Suppression	*impossible*	?

Coût de l'ajout

- Stratégies d'ajout dans un tableau dynamique
  - Doubler la capacité du tableau
  - Augmenter la capacité d'un nombre constant d'emplacements
  - Etc.
- En doublant la capacité :



Extension k => capacité du tableau = 2^k

Coût de l'ajout

- Soit n le nombre d'éléments du tableau (= taille_utilisee)
- On sait qu'il existe $p > 0$ tel que $2^{p-1} < n \leq 2^p < 2n$
- A l'ajout du $n^{\text{ème}}$ élément, on a le coût total (ajouts et recopies d'éléments):

$$C = n + \sum_{k=0}^{p-1} 2^k = n + 2^p - 1 < n + 2^p < 3n$$

  - Le terme n car il faut ajouter les n éléments
  - Le terme sommé pour toutes les recopies aux moments des extensions du tableau

- Coût amorti $= \frac{\text{coût total}}{n} \leq \frac{3n}{n} = 3$

Suppression d'un élément

- Après avoir doublé la capacité du tableau plusieurs fois et supprimé des éléments, le rapport entre la taille utilisée et la capacité peut devenir petit
  - On a beaucoup d'emplacements vides, donc inutiles en mémoire
- Stratégie de libération de la mémoire : si la taille utilisée passe en dessous du tiers de la capacité, on utilise un tableau deux fois plus petit
  - On alloue un nouveau tableau de capacite/2 éléments sur le tas
  - On recopie tous les éléments sauf celui à supprimer dans le nouveau tableau
  - On libère la mémoire de l'ancien tableau
- Permet de libérer beaucoup de mémoire, tout en restant flexible à des ajouts juste après une suppression qui libère